

# Fractions : partage équitable

## ↘ PLACE DE L'ÉPISODE DANS LA SÉRIE

Premier épisode d'une série de 5.  
Épisode suivant : Les fractions pour mesurer.

## ↘ PLACE DE L'APPRENTISSAGE DANS LES PROGRAMMES

Cycle 3 : Nombres et calculs

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux.

Au CM1 débute l'étude des fractions simples et des fractions décimales. Du CM1 à la 6<sup>e</sup>, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers qui sera étudié en 6<sup>e</sup> :

- comprendre et utiliser la notion de fractions simples (écritures fractionnaires ; diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions ;
- repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.

## ↘ POINTS DE BLOCAGE

- Lorsque l'on parle de partage, il s'agit de partage équitable : toutes les parts ont la même grandeur. Or certaines situations induisent en erreur.
- Pour coder une fraction, il faut deux nombres alors qu'avec les nombres entiers, un seul suffisait.

## ↘ OBJECTIFS VISÉS PAR LE FILM D'ANIMATION

La présentation du partage se fait sur un lingot d'or qui correspond au partage d'une longueur. Il donne une idée intuitive du sens de l'équité. Mais l'essentiel est d'introduire sur cet exemple la notation  $\frac{1}{n}$ , le vocabulaire et la décomposition de l'unité en somme de parts égales. La dernière partie donne un exemple de partage en quarts d'une surface représentée par une tablette de chocolat.

## ↘ MOTS-CLÉS

Fraction, partage équitable, nombre de parts, demi, quart, tiers, dénominateur.

## ↘ ÉLÉMENTS STRUCTURANTS

Une fraction permet d'exprimer un partage. Elle est composée de deux nombres : le numérateur et le dénominateur.

Le dénominateur est le nombre du bas. Il indique en combien de parts on divise une unité.

$$1 \text{ unité} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}$$

$$1 \text{ unité} = \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$$

$$1 \text{ unité} = \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$$

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>Nous arrêterons la première séquence à 01 min 33 s.</p> <p>C'est l'histoire de trois pirates qui vont récupérer leur trésor mais qui s'échouent en arrivant. L'un est laissé pour mort, et les deux autres ont alors à se partager le trésor non plus en trois, mais en deux.</p> <p>Le troisième réapparaît finalement remettant en cause le partage. Le chef essaie de s'approprier toutefois la plus grande part, mais le réchappé conteste et propose un partage équitable en expliquant en quoi cela consiste.</p>	<p>Une large partie de l'animation consiste à contextualiser la situation (jusqu'à 00 min 54 s). Elle propose ensuite des partages du lingot en deux puis en trois, et dans ce dernier cas, d'abord en parts inéquitables, puis en parts équitables.</p> <p>À 01 min 22 s, le réchappé donne les éléments structurants s'appuyant sur la représentation du partage du lingot. Ce partage mêle alors le volume (le lingot et la quantité d'or correspondante), la surface (présentation du lingot vu de dessus) et les longueurs (principe utilisé pour partager équitablement). Dans tous les cas, une part représente <math>\frac{1}{3}</math> de la grandeur choisie.</p>	<p>L'animation s'appuie sur deux éléments motivants pour les élèves : l'histoire des pirates et la représentation du partage.</p> <p><b>1.</b> C'est pourquoi nous vous proposons de ne pas annoncer aux élèves qu'ils vont voir une animation, mais simplement qu'ils vont écouter une histoire. Vous passez alors la bande-son sans l'image pour qu'ils imaginent les différents partages, notamment pour le partage inéquitable. Donc les élèves écoutent l'histoire jusqu'à 01 min 33 s. Il y aura sans doute des problèmes de vocabulaire. Le terme « lingot » doit être expliqué, si les élèves ne le connaissent pas.</p> <p><b>2.</b> Ensuite, on demande aux élèves de représenter les trois partages proposés par la vidéo. Pour alléger leur mémoire, il est possible de repasser la vidéo en la séquençant :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• premier partage qui va de 00 min 55 s à 01 min 03 s ;</li> <li>• le second de 01 min 04 s à 01 min 25 s, après la phrase « Jack suggère un nouveau partage du lingot très personnel ».</li> </ul> <p>À partir de là, il est fort probable que les élèves se souviennent qu'il y a eu deux partages proposés.</p> <p><b>3.</b> Le troisième temps sera celui du bilan. Celui-ci dépendra des choix faits pour la représentation des lingots :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Soit tous les élèves avaient les mêmes dessins de lingot, alors les découpages seront sans doute assez proches, sauf pour le partage inéquitable. La présentation des différents cas permettra de justifier qu'il s'agit à chaque fois de partages en tiers.</li> <li>• Soit les élèves ont fait des représentations très différentes (schémas des rectangles difficiles à comparer, diversités des divisions horizontales ou verticales, par les diagonales ou encore par les médiatrices) : le bilan sera plus complexe à mener, mais donnera différentes représentations du tiers favorisant alors le caractère universel de la fraction. Les explicitations des élèves devraient amener à la nécessité d'avoir un vocabulaire plus précis.</li> </ul>

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>La suite de l'animation propose une trace écrite, faisant le bilan de l'écriture fractionnaire.</p>	<p>Il est sans doute trop tôt après ce premier travail pour s'appuyer sur l'animation qui propose directement la synthèse.</p> <p>Nous vous proposons donc un temps de manipulation où les élèves vont avoir des partages à faire sur différentes grandeurs.</p> <p>Elles complèteront le manque de l'animation qui ne propose que des numérateurs égaux à 1, ne mettant pas en évidence que <math>\frac{2}{3}</math> représente <math>2 \times \frac{1}{3}</math> ou <math>\frac{2 \text{ unités}}{3}</math>.</p> <p>L'enjeu plus large est de présenter des fractions supérieures à 1.</p>	<p>L'intention est ici de proposer différentes situations de partage en utilisant différentes grandeurs.</p> <p>Le programme propose : les longueurs, les masses, les capacités, la monnaie, le temps, les aires et les angles. Les programmes proposent en CE2 des unités qui sont dans un rapport de 1 à 100 pour la plupart des grandeurs (km/m/cm ; kg/g ; L/cL ; €/c). Ainsi les élèves peuvent vérifier par la mesure l'équité d'un partage.</p> <p>Ces différentes grandeurs sont autant de supports à des partages.</p> <p>Pour favoriser <b>la manipulation de diverses grandeurs</b> dans les partages, on peut proposer un travail sur des ateliers mettant en jeu des grandeurs différentes :</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• un premier atelier peut proposer de partager équitablement l'eau d'un pichet (l'unité) en trois verres ;</li> <li>• dans un second, ce peut être le partage d'une pâte (l'unité) en quatre boules pour faire des tartelettes avec simplement une balance de Roberval ;</li> <li>• un troisième peut proposer de partager trois fils de même longueur entre deux personnes (l'unité est le fil) ;</li> <li>• un quatrième demande de partager un disque (l'unité) en quatre parties équitables.</li> </ul> <p>Dans chaque atelier, les techniques de partage sont différentes, mais doivent toujours donner un partage équitable. Il se peut qu'il y en ait plusieurs comme pour les fils ou la pâte. Les élèves doivent donc justifier en quoi cette technique donne le bon résultat.</p> <p>Le bilan de ces activités sera l'occasion de montrer la nécessité d'avoir, à chaque fois, des parts égales. Cette invariance se code mathématiquement par une fraction.</p>

## Séquençage et descriptif de l'animation

Dans cette phase, la vidéo va servir de synthèse à l'activité. Nous vous proposons de la laisser défiler intégralement avec l'image.

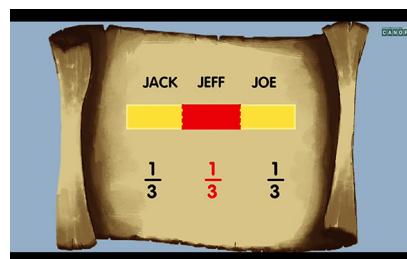
## Analyse des étapes de l'animation

Lors des phases précédentes, les élèves ont eu l'occasion de construire différentes représentations d'un partage équitable. Le visionnage de l'animation pour la première fois avec les images fera sans doute écho aux différentes représentations construites auparavant. Elle devrait permettre aux élèves de se remémorer des moments qui les ont marqués, que ce soit dans le premier temps avec le partage inéquitable, ou dans les ateliers où ils auront résolu une énigme en trouvant une technique originale pour partager sans mesurer. La synthèse pourra alors prendre un cadre plus général.

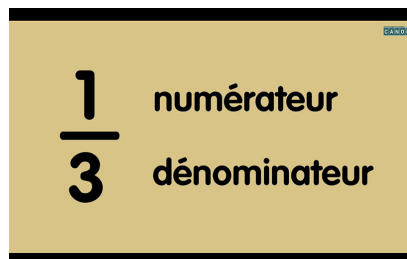
## Propositions de pistes d'activités

Pour construire la synthèse, on peut s'appuyer sur les images de l'animation à l'aide de copies d'écran. On peut alors la formaliser en groupe classe en reprenant ce que dit l'animation, ce qui permet de travailler ainsi la mémorisation du cours. Avant la première illustration, il y a la définition du partage équitable (01 min 32 s) : « il exige donc un partage équitable. Autrement dit que chacun ait une part égale à celle des autres. »

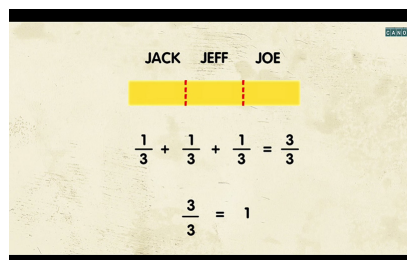
La première illustration introduit le terme « tiers » : « un tiers pour Jack, un tiers pour Jef et un tiers pour lui. »



La deuxième illustration commence à 01 min 43 s après : « Joe explique même que ce sont des fractions. »



On peut alors compléter l'image en expliquant que le « dénominateur indique en combien de parts égales on a partagé l'unité ». « Le nombre du haut s'appelle le numérateur. Il indique le nombre de parts utilisées ». La dernière illustration n'a pas besoin de commentaire. Elle traduit mathématiquement la notion de partage équitable :



# PHASE DE RÉINVESTISSEMENT/PROLONGEMENT

5

## Situation 1

Pour un rectangle (par exemple de 10,5 cm sur 6 cm), trouver trois partages différents en quarts.

## Situation 2

Dans chacune des figures suivantes, une partie a été grisée. Donne la fraction correspondante.  
(On peut les découper, les reproduire ou les décalquer pour les manipuler.)

