

Les fractions pour mesurer

➤ PLACE DE L'ÉPISODE DANS LA SÉRIE

Épisode 2 d'une série de 5.

Épisode précédent : Fractions : partage équitable

Épisode suivant : Des égalités de fractions

➤ PLACE DE L'APPRENTISSAGE DANS LES PROGRAMMES

Cycle 3 : Nombres et calculs

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux.

Au CM1 débute l'étude des fractions simples et des fractions décimales. Du CM1 à la 6^e, on aborde différentes conceptions possibles de la fraction, du partage de grandeurs jusqu'au quotient de deux nombres entiers qui sera étudié en 6^e :

- comprendre et utiliser la notion de fractions simples (écritures fractionnaires ; diverses désignations des fractions : orales, écrites et décompositions ;
- repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.

Le choix de l'animation est d'utiliser les unités d'aires.

Elle doit donc se situer après ou conjointement à la découverte des aires.

➤ POINTS DE BLOCAGE

Les fractions sont généralement abordées à partir de situations de partage d'une unité. Pour obtenir une fraction supérieure à 1, il faut avoir fait un pas vers l'abstraction. Actuellement seules les activités sur les longueurs semblent donner un accès direct au sens d'une fraction supérieure à 1.

➤ OBJECTIFS VISÉS PAR LE FILM D'ANIMATION

En reprenant l'histoire de l'épisode précédent, l'animation présente la fraction $\frac{7}{4}$ supérieure à 1, comme les sommes :

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}.$$

Les pirates doivent construire un radeau dont la base vaut les $\frac{7}{4}$ de la voile. Ils obtiennent alors la base en posant bord à bord sept quarts de voile. L'animation se termine en introduisant des dixièmes pour présenter la distance parcourue avec le radeau.

➤ MOTS-CLÉS

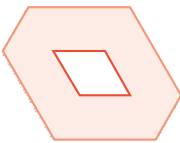
Fraction, unité, partage égal, numérateur, dénominateur, mesure.


➤ ÉLÉMENTS STRUCTURANTS

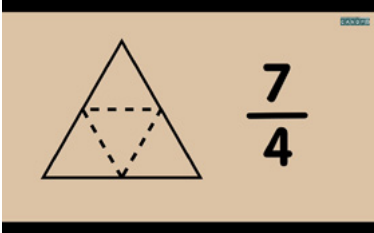
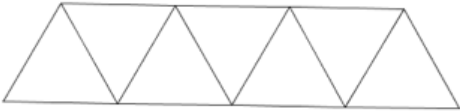
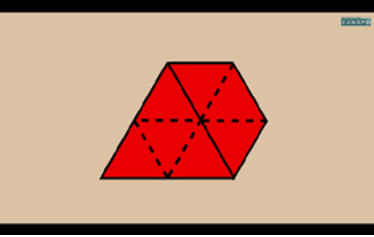
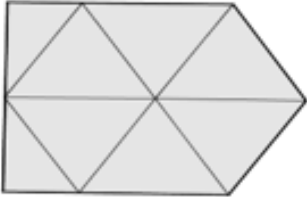
Une fraction est composée de deux nombres :

- le nombre du bas, le dénominateur, indique en combien de parts l'unité a été partagée ;
- le nombre du haut, le numérateur, indique combien de fois on a reporté une part.

$$\text{Ainsi } \frac{7}{4} = 7 \times \frac{1}{4} = \frac{4}{4} + \frac{3}{4} = 1 + \frac{3}{4}$$

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>Pas d'utilisation de l'animation dans cette première phase.</p>	<p>L'animation propose directement, comme entrée dans le problème, une situation complexe : « Pour faire un bon radeau, il faut que l'aire de la base soit égale à $\frac{7}{4}$ de l'aire de la voile. » Cette consigne fait référence à l'aire du triangle qui n'est au programme formellement qu'en CM2. Jusque-là, les élèves n'ont pas été confrontés à des fractions supérieures à 1. On peut penser que, pour certains, ce n'est pas concevable. Leur proposer un tel problème risque de les mettre face à un obstacle pouvant les bloquer.</p>	<p>Nous proposons donc une entrée en douceur par des activités de pavage de formes géométriques variées avec des fractions d'unité. Par exemple, il est possible de commencer par donner une unité (un triangle équilatéral pour rester dans le cadre de l'animation), puis des figures, dont il faudra évaluer l'aire (si la notion a déjà été vue) ou alors indiquer combien de figures unités il faudra pour la paver. Les figures les plus simples contiendront un nombre entier de fois la figure de l'unité à découper. Par exemple, avec la figure unité d'un triangle équilatéral :</p> <ul style="list-style-type: none"> •  cette forme qui contient 14 fois l'unité; • un rectangle contenant 12 fois l'unité $(10 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2})$.

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>L'animation reprend l'histoire des pirates proposée dans l'épisode précédent. Les pirates souhaitent construire un radeau pour rentrer chez eux. Pour cela, ils s'aident d'un manuel de pirate qui donne des indications sur les proportions que doit avoir un radeau par rapport à sa voile.</p> <p>Ils se mettent à réfléchir (01 min 02 s).</p> <p>Nous proposons de couper la première séquence à ce niveau.</p>	<p>L'animation fait le choix d'introduire les fractions supérieures à l'unité à partir d'un problème d'aire.</p> <p>La voile sert d'unité pour trouver la base du radeau.</p> <p>On est sur un problème se trouvant à la limite entre les aires et les fractions. L'idée peut être intéressante, mais demande de bien prendre en compte cette ambiguïté. Elle peut aussi être un outil intéressant pour travailler une progression spiralaire.</p>	<p>L'activité préparatoire va commencer lorsque l'on va proposer des situations où l'unité n'ira pas un nombre entier de fois :</p>  <p>$(7 + \frac{1}{2})$ fois l'unité triangle équilatéral).</p> <p>On peut complexifier la tâche en donnant un cas où il faudra partager la figure unité en 4.</p> <p>Les triangles équilatéraux permettent de nombreuses figures originales. Mais on peut aussi prendre des rectangles, des losanges ou encore des triangles rectangles.</p> <p>Passer ensuite la vidéo jusqu'à 01 min 02 s, le temps que l'énigme soit présentée : « Pour faire un bon radeau, il faut que l'aire de la base soit égale à $\frac{7}{4}$ de l'aire de la voile. »</p> <p>Donner un triangle équilatéral avec une longueur des côtés paire, voire impaire pour les élèves les plus avancés. Le faire partager en 4 (un petit travail de géométrie avec la mesure des milieux) et les laisser chercher individuellement une forme pour la base du radeau.</p> <p>La correction pourra se faire avec la vidéo.</p>

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>Après avoir réfléchi, Joe – qui semble le plus futé des trois – explique comment il a procédé : il prend un triangle équilatéral correspondant à la voile, le partage en quatre parts égales puis explique comment, par recombinaison de sept petits triangles, il obtient la surface demandée. L'animation reprend le découpage en le mettant sous forme de somme. Pour finir, elle introduit les fractions décimales comme fraction de la distance à parcourir entre l'île et le point de retour.</p>	<p>L'explication reprend une technique que les élèves ont dû utiliser précédemment. Elle va assez loin en présentant la décomposition suivante et le vocabulaire associé :</p>  <p>Cette formalisation n'a sans doute pas trop de sens pour les élèves. Elle peut toutefois aider certains à mettre en évidence le lien entre les entiers et les décimaux.</p> <p>La dernière partie de l'animation (01 min 52 s) introduit de façon un peu artificielle les fractions décimales. Cela reste anecdotique et sans doute n'est-ce pas utile de l'exploiter à ce stade de la progression.</p>	<p>Suite à la proposition précédente, les élèves auront cherché à trouver une forme de radeau correspondant à l'énigme.</p> <p>Il est fort probable qu'elle soit assez similaire, car il n'y a pas énormément de façons de placer 7 triangles équilatéraux sans qu'il y ait de trou. Spontanément les triangles équilatéraux se positionnent en hexagone, mais on peut aussi les placer en trapèze ou en pentagone si on découpe les triangles.</p>   <p>Certains élèves peuvent proposer cette dernière composition, mais elle nécessite de faire un découpage en deux d'un des triangles :</p> <p>En laissant dérouler l'animation à partir de 00 min 57 s, les élèves auront les explications leur permettant de vérifier leurs productions. Le déroulé est assez lent, explicitant l'interprétation de la fraction $\frac{7}{4}$. Elle permet aux élèves d'avoir le temps d'assimiler ce qui est dit. Il restera alors à construire la trace écrite avec les élèves, soit en reprenant les exemples de l'animation, soit en reprenant ce qu'ont retenu les élèves.</p> 

PHASE DE RÉINVESTISSEMENT/PROLONGEMENT

Situation 1

La maîtresse a trouvé une recette de gâteau pour la fête des écoles. Pour un gâteau, il lui faut : $\frac{1}{4}$ d'un paquet de farine / $\frac{1}{3}$ d'une plaquette de beurre / $\frac{1}{2}$ d'une tablette de chocolat.

Complète la phrase suivante : « Pour cinq gâteaux, la maîtresse a besoin de paquet(s) de farine, plaquette(s) de beurre et de tablette(s) de chocolat. »

Situation 2

Pour remplir la bouteille, il faut 3 grands gobelets ou 4 petits gobelets.

- Quelle fraction de la bouteille représente le petit gobelet ?
- Quelle fraction de la bouteille représente le grand gobelet ?
- Avec 6 grands gobelets, combien de petits gobelets peut-on remplir ?
- Avec 12 petits gobelets, combien de grands gobelets peut-on remplir ?

