

Les fractions sur la droite graduée

↘ PLACE DE L'ÉPISODE DANS LA SÉRIE

Épisode 4 d'une série de 5.

Épisode précédent : Des égalités de fractions

Épisode suivant : Les fractions décimales

↘ PLACE DE L'APPRENTISSAGE DANS LES PROGRAMMES

Cycle 3 : Nombres et calculs

Les fractions puis les nombres décimaux apparaissent comme de nouveaux nombres introduits pour pallier l'insuffisance des nombres entiers, notamment pour mesurer des longueurs, des aires et repérer des points sur une demi-droite graduée. Le lien à établir avec les connaissances acquises à propos des entiers est essentiel. Les fractions sont à la fois objet d'étude et support pour l'introduction et l'apprentissage des nombres décimaux.

Précédemment, les fractions étaient associées à des mesures. La graduation servait à mesurer une distance. Cet épisode prolonge cette utilisation pour construire un repère des positions. Ainsi, après avoir complété la cardinalité des nombres entiers (la mesure), l'aspect ordinal représenté par la droite graduée est complété pour repérer toutes les positions intermédiaires.

↘ POINTS DE BLOCAGE

- Le guide âne, s'il est un outil efficace pour partager un segment, nécessite une certaine application dans sa mise en place. Il faut faire passer la première droite par une extrémité du segment, compter le nombre d'écarts et surveiller que la dernière droite passe par la seconde extrémité.
- La seconde difficulté est d'obtenir une fraction supérieure à l'unité.

↘ OBJECTIFS VISÉS PAR LE FILM D'ANIMATION

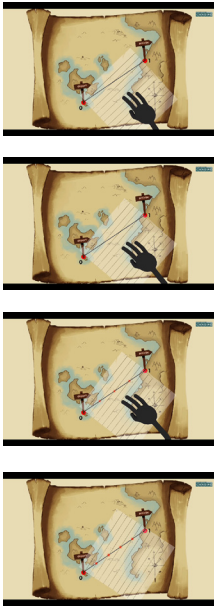
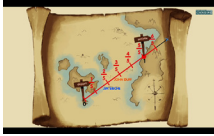
L'animation montre le partage de l'unité avec le guide âne, introduisant des partages en 5 et en 10 pour représenter les fractions $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{10}$ et $\frac{7}{5}$. Elle utilise un réseau de droites parallèles et le théorème de Thalès. Le placement des deux premières positions permet de montrer l'utilisation du guide âne, la dernière montre comment accéder à une position dont la fraction est supérieure à l'unité.

↘ MOTS-CLÉS

Droite graduée, unité, partage de l'unité, fraction.

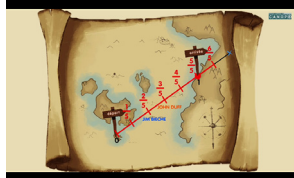
↘ ÉLÉMENTS STRUCTURANTS

Pour repérer des points sur une droite, il faut une origine et une unité. Pour placer la fraction $\frac{7}{5}$ au bon endroit, il faut partager l'unité en 5 parts égales et reporter 7 fois cette part depuis l'origine.

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>L'animation poursuit l'histoire des pirates des épisodes précédents. Ils souhaitent rentrer chez eux, mais la route est longue. Ils s'organisent pour faire des haltes chez des amis tout au long de leur route. Chacun d'eux leur envoie des coordonnées exprimées en fractions du trajet $\frac{2}{5}$, $\frac{6}{10}$ et $\frac{7}{5}$. Ils doivent les positionner sur leur carte pour savoir où ils doivent s'arrêter.</p> <p>La séquence vidéo qui suit explique l'utilisation du guide âne pour repérer ces lieux.</p> <p>L'animation montre comment positionner le guide âne pour obtenir le fractionnement de l'unité en un nombre de parts donné et trouver ainsi la position des fractions.</p>	<p>L'essentiel est ici l'usage du guide âne. L'animation montre comment le placer pour avoir un partage en deux, puis en trois, en quatre et enfin en cinq. Pour la progression, on peut se référer aux captures d'écrans :</p>  <p>Pour obtenir la longueur souhaitée, il ne reste plus qu'à marquer la position de la fraction. La manipulation est faite trois fois en tout. Sur le dernier cas, la graduation apparaît subrepticement en fin d'animation.</p>  <p>Si l'animation montre bien le positionnement du guide âne, elle masque les difficultés techniques. Faire pivoter la feuille autour de l'origine en vérifiant qu'une autre droite passe par un autre point, tout en repérant le nombre de droites intermédiaires, n'est pas évident. Deuxième difficulté : pour marquer la position de la fraction, il faudrait que la marque faite puisse passer à travers le calque.</p>	<p>1. Nous vous proposons donc, dans un premier temps, de présenter l'animation comme un moyen d'obtenir directement la fraction d'un segment. Elle va donner une méthode que les élèves devront reproduire. Nous montrerons donc intégralement le film aux élèves avec l'objectif qu'ils mémorisent la manipulation qu'ils auront à reproduire ensuite sur d'autres cas. Il sera sans doute bon de mettre en évidence de quelle façon le calque est posé initialement avec le statut de l'origine. Comme pour une règle, c'est sur ce point que commence le comptage des droites.</p> <p>2. Ensuite, il faut que les élèves perçoivent comment le calque pivote, en laissant la première droite sur l'origine, mais en cherchant à ce que la troisième, quatrième, cinquième, sixième passent par l'unité. Il n'est pas nécessaire d'expliquer tout de suite comment faire la marque sur la droite graduée à partir du calque.</p>

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>L'animation ayant été vue intégralement, nous ne la représentons pas.</p>	<p>Il s'agit cette fois de permettre aux élèves de revenir sur l'animation pour essayer de la reproduire, prenant en note les implicites qui méritent d'être relevés.</p>	<p>1. Dans cette phase de manipulation, les élèves pourraient avoir à effectuer eux-mêmes le partage : d'abord sur les mêmes fractions que l'animation, puis sur de nouvelles avec un dénominateur comme 4 ou 6, inférieur à 1 ou supérieur (par exemple $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{4}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{7}{6}$).</p> <p>Il faut donc prévoir des guides ânes (le papier calque passe très bien au photocopieur), des segments (si possible ne mesurant pas 10 cm ou 20 cm pour ne pas faciliter l'utilisation de la règle). Éventuellement, on utilisera aussi un calque de correction.</p> <p>Prévoir de nouveaux segments pour les fractions complémentaires.</p> <p>Le travail en binôme semble pertinent. Pendant qu'un élève manipule, l'autre surveille qu'il n'a oublié aucun élément. Il peut aussi l'aider en vérifiant que la droite initiale reste bien sur l'origine pendant que le guide âne pivote. Il permet aussi de confronter ce qui a été retenu et de favoriser l'explicitation des procédures. L'idéal serait qu'ils puissent repasser l'animation autant de fois qu'ils le souhaitent, ce qui est possible avec des tablettes.</p> <p>Sinon on peut travailler sur la mémorisation des étapes avec un premier temps où ils essaient de reproduire. Ils se rendront alors sans doute compte des problèmes techniques.</p> <p>2. On propose ensuite un second visionnage avec d'éventuelles indications techniques supplémentaires pour compléter la vidéo, puis de nouvelles fractions à placer pour vérifier que la technique est acquise. Le travail à deux permet de comparer ce que chacun a retenu et compris.</p>

PHASE DE STRUCTURATION

Séquençage et descriptif de l'animation	Analyse des étapes de l'animation	Propositions de pistes d'activités
<p>Il n'y a que peu de traces écrites.</p>	<p>Les éléments importants pour positionner une fraction sont les éléments importants de la droite graduée : l'origine, l'unité et le sens de lecture. Ceux-ci sont omniprésents dans l'animation sans être explicitement mis en évidence.</p> <p>Dans l'exemple de l'animation, on peut souligner la situation particulière de $\frac{6}{10}$ qui a été obtenue à partir d'un partage en 10 mais qui tombe sur un partage en 5 :</p> 	<p>La phase de structuration pourrait reprendre la notion d'origine et d'unité.</p> <p>Ainsi, en explicitant que, pour placer la fraction $\frac{7}{5}$, on partage l'unité en 5, et on reporte 7 fois cette première longueur à partir de l'origine.</p> <p>Dans les exemples, celui de l'animation ou ceux qui ont été proposés à la phase précédente, on fait constater aux élèves qu'il y a des fractions qui sont à la même distance de l'origine : elles codent donc la même mesure.</p> <p>C'est le cas de $\frac{6}{10}$ et $\frac{3}{5}$, $\frac{3}{6}$ et $\frac{2}{4}$ ou $\frac{1}{2}$.</p> <p>Ainsi on découvre qu'une même longueur peut s'écrire sous forme de fractions de plusieurs façons.</p>

PHASE DE RÉINVESTISSEMENT/PROLONGEMENT

Situation 1

Sur une droite graduée, placez les fractions $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{4}{5}$; $\frac{5}{6}$.

Situation 2

Voici un petit problème de logique ou comment expliquer qu'une flèche n'atteindra jamais sa cible...

Un archer est placé en A sur un segment (18 cm par exemple). La cible est en C, extrémité du segment.

1. Il tire sa flèche qui, après un certain temps, arrive à parcourir la moitié de la distance à la cible.

Place la position P_1 de la flèche à ce moment. Quelle fraction du segment [AC] lui reste-t-il à parcourir ?

2. Elle parcourt maintenant la moitié de la distance entre P_1 et C. Place la position P_2 de la flèche à ce moment.

Quelle fraction du segment [AC] lui reste-t-il à parcourir ?

3. Elle parcourt maintenant la moitié de la distance entre P_2 et C. Place la position P_3 de la flèche à ce moment.

Quelle fraction du segment [AC] lui reste-t-il à parcourir ?

4. Elle parcourt maintenant la moitié de la distance entre P_3 et C. Place la position P_4 de la flèche à ce moment.

Quelle fraction du segment [AC] lui reste-t-il à parcourir ?

Si on continue ainsi, elle n'atteindra donc jamais sa cible puisque la distance ne sera jamais nulle.